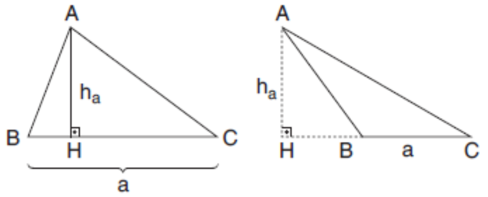
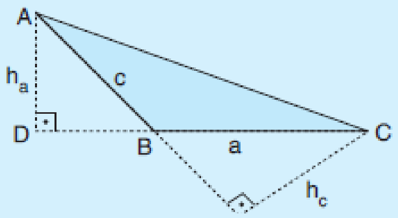
I. ÜÇGENDE ALAN

A. BİR KENARI İLE BU KENARA AİT YÜKSEKLİĞİ VERİLEN ÜÇGENİN ALANI



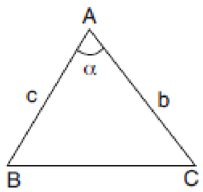
Bir üçgenin alanı; bir kenarının uzunluğu ile bu kenara ait yüksekliğinin çarpımının yarısına eşittir.

$$\text{Alan(ABC)} = \frac{a.h_a}{2} = \frac{b.h_b}{2} = \frac{c.h_c}{2}$$



Geniş açılı bir üçgende geniş açıyı oluşturan kenarlara ait yükseklikler üçgenin sınırladığı alanın dışındadır.

B. BİR AÇISI VE BU AÇIYI OLUŞTURAN KENAR UZUNLUKLARI BİLİNEN ÜÇGENİN ALANI



$m(\widehat{BAC}) = \alpha$,

$|AB| = c$,

$|AC| = b$ olmak üzere,

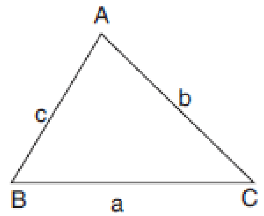
$\text{Alan(ABC)} = \frac{1}{2}\text{c.b.}\sin\alpha$ dır.

- Alan(ABC) nın en büyük olabilmesi için

  $$\text{Alan(ABC)} = \frac{1}{2}\text{c.b.}\sin\alpha$$

  eşitliğinde $\sin\alpha = 1$ yani $\alpha = 90°$ olmalıdır.

C. ÜÇ KENARININ UZUNLUĞU BİLİNEN ÜÇGENİN ALANI



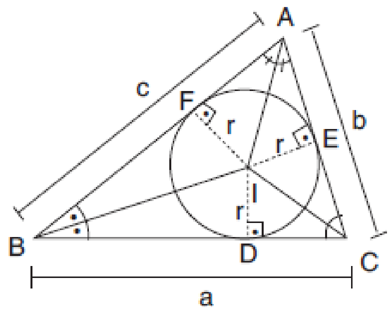
ABC üçgeninde,

$2u = a + b + c$

olmak üzere

$u = \dfrac{a+b+c}{2}$ olup $\text{Alan}(ABC) = \sqrt{u.(u-a).(u-b).(u-c)}$ dir.

D. ÇEVRESİ VE İÇ TEĞET ÇEMBERİNİN YARIÇAPI BİLİNEN ÜÇGENİN ALANI



$2u = a + b + c$

$\Rightarrow u = \dfrac{a+b+c}{2}$

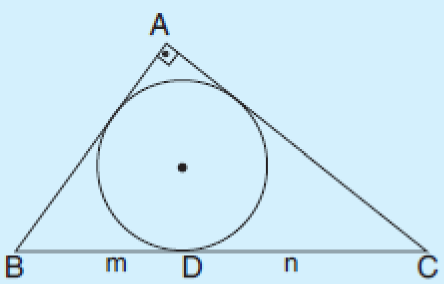
ve üçgenin iç teğet çemberinin yarıçapı r olmak üzere,

$\text{Alan}(ABC) = \text{Alan}(IBC) + \text{Alan}(ICA) + \text{Alan}(IAB)$

$$= \frac{a.r}{2} + \frac{b.r}{2} + \frac{c.r}{2} = \left(\frac{a}{2} + \frac{b}{2} + \frac{c}{2}\right).r = u.r$$

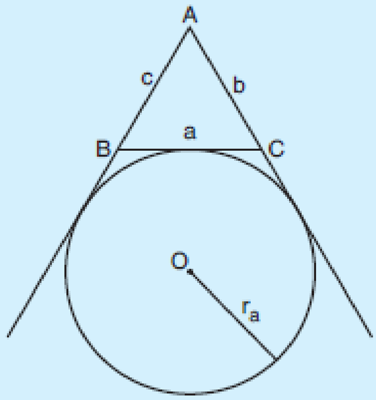
Orantı özelliğinden

$$\frac{\text{Alan}(IBC)}{a} = \frac{\text{Alan}(ICA)}{b} = \frac{\text{Alan}(IAB)}{c} = \frac{\text{Alan}(ABC)}{a+b+c} \text{ dir.}$$



ABC dik üçgeninin iç teğet çemberinin hipotenüse değdiği noktanın, hipotenüsten ayırdığı parçaların uzunlukları m ve n ise;

Alan(ABC) = m.n dir.



Kenar uzunlukları a, b, c ve kenarlara ait dış teğet çemberlerinin yarıçapları r_a, r_b, r_c olan bir ABC üçgeninin alanı

$$u = \frac{a+b+c}{2}$$ *olmak üzere,*

Alan (ABC) $= r_a(u-a)$

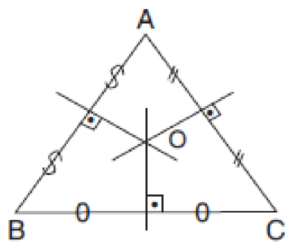
$= r_b(u-b)$

$= r_c(u-c)$ *dir.*

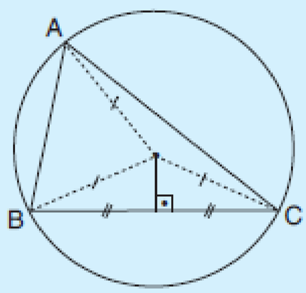
F. ÜÇGENİN KENAR ORTA DİKMELERİ

Üçgenin kenar orta dikmeleri, kenarların orta noktasından geçen dik doğrulardır.

Bu üç dikme aynı noktada kesişir ve bu nokta aynı zamanda üçgenin çevrel çemberinin de merkezidir.



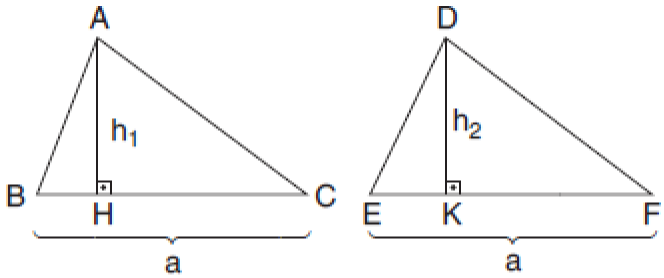
ABC üçgeni dar açılı bir üçgen ise orta dikmelerin kesim noktası üçgenin iç bölgesindedir.



Kenar orta dikmelerin kesim noktasının üçgenin köşelerine olan uzaklıkları eşittir. Her biri ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapıdır.

F. ALAN KARŞILAŞTIRMA

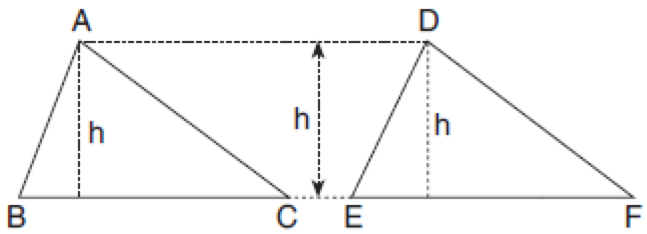
1. Birer kenarları eş olan iki üçgenin alanları arasındaki oran; bu kenarlara ait yüksekliklerin oranına eşittir.



$|BC| = |EF| = a$

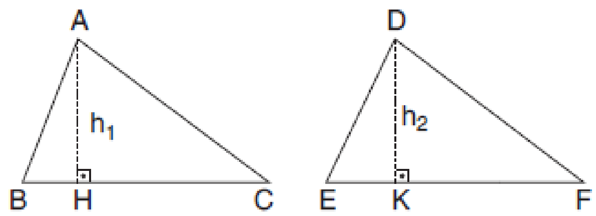
$$\frac{\text{Alan(ABC)}}{\text{Alan(DEF)}} = \frac{\frac{1}{2}a.h_1}{\frac{1}{2}a.h_2} \Rightarrow \frac{\text{Alan(ABC)}}{\text{Alan(DEF)}} = \frac{h_1}{h_2}$$

2. Birer yükseklikleri eşit olan iki üçgenin alanları arasındaki oran; bu yüksekliklerin ait oldukları kenarların oranına eşittir.



$$\frac{\text{Alan(ABC)}}{\text{Alan(DEF)}} = \frac{\frac{1}{2}.|BC|.h}{\frac{1}{2}|EF|.h} \Rightarrow \frac{\text{Alan(ABC)}}{\text{Alan(DEF)}} = \frac{|BC|}{|EF|}$$

3. Benzer iki üçgenin alanları arasındaki oran; kenarları arasındaki oranın (benzerlik oranının) karesine eşittir.



$\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ olsun.

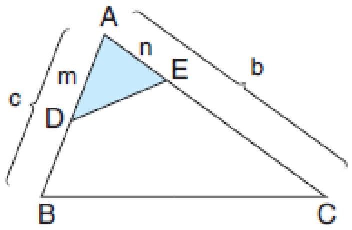
$\dfrac{|BC|}{|EF|} = \dfrac{h_1}{h_2} = k$ dir.

$$\frac{\text{Alan}(ABC)}{\text{Alan}(DEF)} = \frac{\frac{1}{2}.|BC|.h_1}{\frac{1}{2}.|EF|.h_2} \Rightarrow \frac{\text{Alan}(ABC)}{\text{Alan}(DEF)} = \frac{|BC|}{|EF|}.\frac{h_1}{h_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{Alan}(ABC)}{\text{Alan}(DEF)} = k^2 \text{ dir.}$$

SONUÇLAR

1.



$|AD| = m$

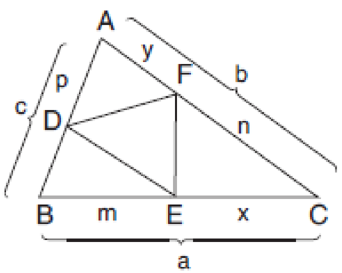
$|AE| = n$

$|AB| = c$

$|AC| = b$

$\dfrac{\text{Alan}(ADE)}{\text{Alan}(ABC)} = \dfrac{m.n}{b.c}$ dir.

2.



$|AB| = c$

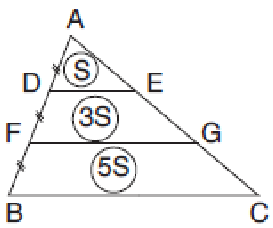
$|BC| = a$

$|AC| = b$

$\dfrac{\text{Alan}(DEF)}{\text{Alan}(ABC)} = \dfrac{m.n.p + x.y.z}{a.b.c}$

dir.

3.



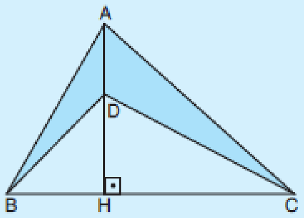
$|AD| = |DF| = |FB|$

$[DE] // [FG] // [BC]$

Alan(ADE) = S

Alan(DFGE) = 3S

Alan(FBCG) = 5S

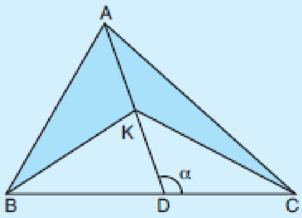


Taralı Alan = Alan (ABC) – Alan (BDC)

$$= \frac{(|AD|+|DH|)\cdot|BC|}{2} - \frac{|DH|\cdot|BC|}{2}$$

$$= \frac{|AD|\cdot|BC|}{2} + \frac{|DH|\cdot|BC|}{2} - \frac{|DH|\cdot|BC|}{2}$$

$$= \frac{|AD|\cdot|BC|}{2}$$ dır.



Taralı alan $= \frac{1}{2}\,|AK|\cdot|BC|\cdot \sin\alpha$ *dir.*